

第五問 次の1, 2の問いに答えなさい。

1 あるトレーニングマシンでは、使用した時間と使用した人の消費エネルギーが比例します。このトレーニングマシンには、標準設定と負荷設定があり、標準設定では30分間、負荷設定では12分間使用すると、どちらも、使用した人の消費エネルギーが100kcalになります。

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

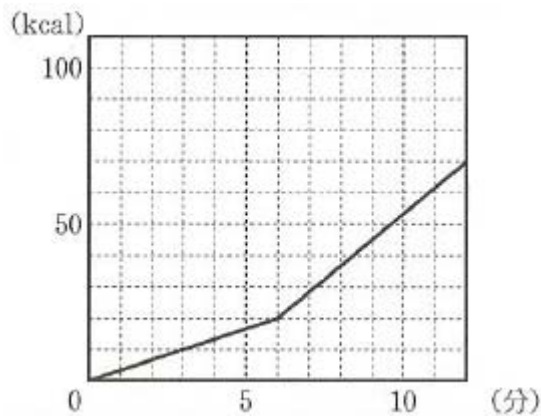
(1) 標準設定で x 分間使用したときの、使用した人の消費エネルギーを y kcal とします。 y を x の式で表しなさい。

比例関係が成り立つので、 $y = ax$ とおける

$$100 = 30a \quad a = \frac{10}{3} \text{ となるので, } y = \frac{10}{3}x$$

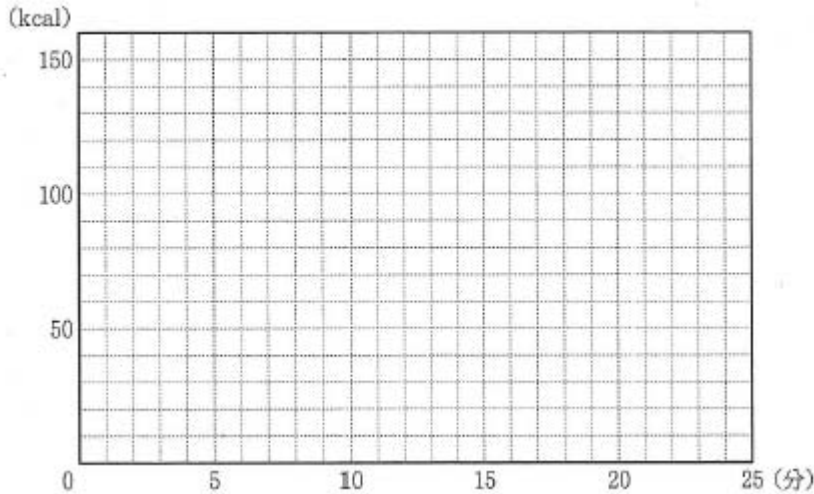
答え $y = \frac{10}{3}x$

(2) はじめの6分間は標準設定で使用し、次の6分間は負荷設定で使用する12分間のトレーニングを行います。このときの、トレーニングを始めてからの、時間と使用した人の消費エネルギーの関係を表すグラフを解答用紙の図にかき入れなさい。



- (3) はじめの6分間は標準設定で使用し、次に負荷設定で使用し、再び標準設定に切り替えて使用する、25分間の連続したトレーニングを行ったところ、トレーニングを始めてからの使用した人の消費エネルギーが150kcalになりました。このとき、トレーニングを始めてから何分何秒後に、負荷設定から標準設定に切り替えたのか、求めなさい。なお、下の図を利用して考えてもかまいません。

図



時間を x 分、消費エネルギーを y kcal、負荷設定から標準設定に切り替えた時間を a 分とおく

・負荷設定時の式を考える (変域: $6 \leq x \leq a$)

(2) のグラフより 6分後に20kcal, 12分後に70kcal とわかるので、

ポイント 式は $y = ax + b$ …①と表せる

①に (6, 20) を代入すると $20 = 6a + b$ …②

①に (12, 70) を代入すると $70 = 12a + b$ …③

③-②より $6a = 50$ $a = \frac{25}{3}$ …④

④を②に代入し $20 = 6 \times \frac{25}{3} + b$ $b = -30$ …⑤

④, ⑤を①に代入し $y = \frac{25}{3}x - 30$ …⑥

・標準設定時の式を考える (変域: $a \leq x \leq 25$)

(1) の $a = \frac{10}{3}$ と25分後に150kcalになることを考え、負荷設定時と同様に考えると、

$$y = \frac{10}{3}x + \frac{200}{3} \quad \dots \textcircled{7}$$

⑥, ⑦の交点を考える

$$\frac{25}{3}x - 30 = \frac{10}{3}x + \frac{200}{3} \quad 5x = \frac{290}{3} \quad x = \frac{58}{3} = 19\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3}\text{分} = \frac{1}{3} \times 60\text{秒} = 20\text{秒}$$

よって、19分20秒後

答え 19分20秒後

2 図 I のような、線分 OA を半径とする円 O があります。円 O の周上に 2 点 B, C を $AB=BC$, $\angle ABC > 90^\circ$ となるようにとり、三角形 ABC をつくります。また、点 O と点 B を結び、線分 OB と辺 AC との交点を D とします。

次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) $\angle OBA = \angle OBC$ であることを証明しなさい。

点 O と点 C を結ぶ

$\triangle OAB$ と $\triangle OCB$ において

$$OB = OB \text{ (共通)} \quad \dots \textcircled{1}$$

仮定から

$$BA = BC \quad \dots \textcircled{2}$$

同じ円の半径だから

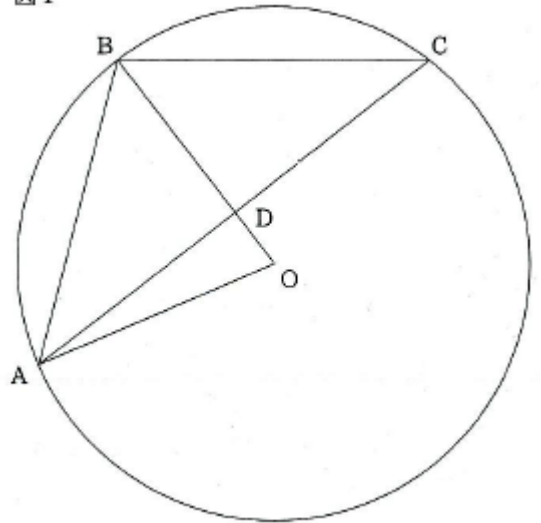
$$OA = OC \quad \dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ より, 3 辺の長さがそれぞれ等しいから

$$\triangle OAB \equiv \triangle OCB$$

よって, $\angle OBA = \angle OBC$

図 I



(2) $AB = 4 \text{ cm}$, $AC = 6 \text{ cm}$ とします。図 II は、図 I において、辺 BC を B の方へ延長した直線上に、点 E を $CE \perp AE$ となるようにとり、点 A と点 E を結んだものです。また、線分 AE と円 O との交点のうち、点 A 以外の点を F とします。

次の (ア), (イ) の問いに答えなさい。

(ア) 円 O の半径を求めなさい。

$\triangle ABC$ は二等辺三角形 ($BA = BC$) なので、
頂角 ($\angle ABC$) の二等分線は底辺 (AC) を
垂直に二等分する

したがって, $\angle BDA = \angle BDC = 90^\circ$,

$$AD = CD = 3 \text{ cm}$$

$$\triangle BDA \text{ において, 三平方の定理を利用すると } BA^2 = BD^2 + AD^2 \\ 4^2 = BD^2 + 3^2 \text{ となり, } BD^2 = 16 - 9 = 7 \quad BD = \sqrt{7}$$

$$\text{円の半径を } R \text{ とおくと, } OD = OB - BD = R - \sqrt{7}$$

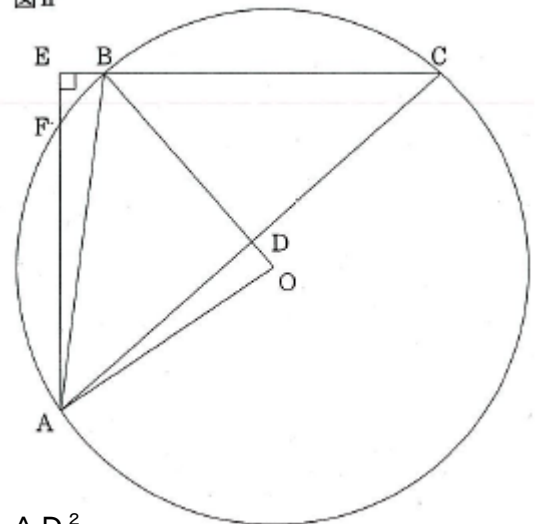
$$\triangle ODA \text{ において, 三平方の定理を利用すると } OA^2 = OD^2 + AD^2 \\ R^2 = (R - \sqrt{7})^2 + 3^2 \text{ となり, } R^2 = R^2 - 2\sqrt{7}R + 7 + 9$$

$$2\sqrt{7}R = 16$$

$$R = \frac{8}{\sqrt{7}} = \frac{8\sqrt{7}}{7}$$

答え $\frac{8\sqrt{7}}{7} \text{ cm}$

図 II



(イ) 線分AFの長さを求めなさい。

$\triangle ABD$ と $\triangle CAE$ において,
 $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ \dots \textcircled{1}$

$\triangle ABC$ は二等辺三角形なので,
 $\angle BAD = \angle ACE \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より 二組の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABD \sim \triangle CAE$

$$AB : AC = 4 : 6 = 2 : 3$$

$BD : AE = 2 : 3$ となるので,

$$\sqrt{7} : AE = 2 : 3 \quad 2AE = 3\sqrt{7} \quad AE = \frac{3}{2}\sqrt{7}$$

$DA : EC = 2 : 3$ となるので,

$$3 : EC = 2 : 3 \quad 2EC = 9 \quad EC = \frac{9}{2}$$

$$\text{また, } EB = EC - BC = \frac{9}{2} - 4 = \frac{1}{2}$$

点Fと点Cを結ぶ

$\triangle ABE$ と $\triangle CFE$ において,
 $\angle AEB = \angle CEF = 90^\circ \dots \textcircled{3}$

同じ弧 \widehat{BF} に対する円周角は等しいから, $\angle BAE = \angle FCE \dots \textcircled{4}$

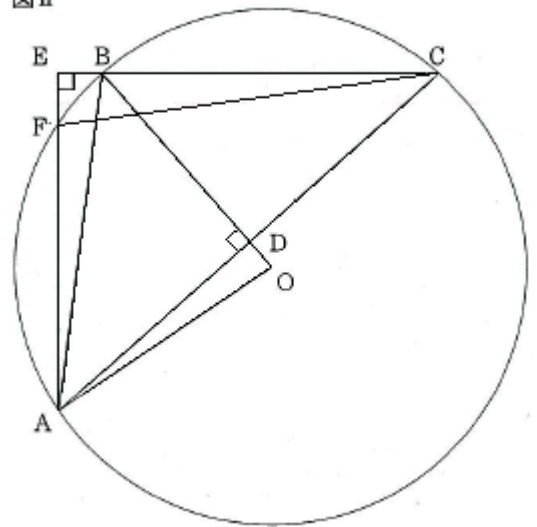
$\textcircled{3}$, $\textcircled{4}$ より 二組の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABE \sim \triangle CFE$

$EA : EC = BE : FE$ となるので,

$$\frac{3}{2}\sqrt{7} : \frac{9}{2} = \frac{1}{2} : FE \quad \frac{3}{2}\sqrt{7} FE = \frac{9}{4} \quad FE = \frac{3}{14}\sqrt{7}$$

$$AF = AE - FE = \frac{3}{2}\sqrt{7} - \frac{3}{14}\sqrt{7} = \frac{21}{14}\sqrt{7} - \frac{3}{14}\sqrt{7} = \frac{18}{14}\sqrt{7} = \frac{9}{7}\sqrt{7}$$

図II



答え $\frac{9}{7}\sqrt{7}$ cm